

### 13. Псевдомеры и меры емкости, индуктивности и векторов обмена

#### 13.1. Единицы емкости. Феноменологическая и объективная фарада

Циркуляционная емкость, которую неправильно называют "электроемкостью в магнитной системе", определяется отношением

$$C_{\gamma e} = \frac{q_{\gamma e}}{U_{\gamma e}}. \quad (13.1)$$

Выполняя элементарные преобразования  $C_{\gamma e} = \frac{q_{\gamma e}}{U_{\gamma e}} = \frac{q_e/c}{cU_e} = \frac{1}{c^2}C_e$ , находим связь между циркуляционной емкостью и электроемкостью:

$$C_e = c^2 C_{\gamma e}. \quad (13.2)$$

Единичные меры электроемкости и циркуляционной емкости соответственно равны:

$$1 \dim C_e = 1 \dim \frac{q_e}{\varphi_e} = \frac{g^{1/2} cm^{1/2} s^{-1}}{g^{1/2} cm^{1/2} s^{-1}} = 1 cm, \quad 1 \dim C_{\gamma e} = 1 \dim \left( \frac{C_e}{c^2} \right) = 1 s^2 cm^{-1}. \quad (13.3)$$

На первом МКЭ единица электроемкости фарада была определена как  $10^{-9}$  единиц емкости в "магнитной системе", т.е. по существу определение было связано с циркуляционной емкостью. Это определение, как и все остальные, не является верным, поскольку циркуляционная емкость не есть электроемкость.

Согласно определению единицы электроемкости и формуле (13.2), получаем формулу псевдомеры фарады:

$$1F_e = \frac{1}{10^9} \dim(c^2 C_{\gamma e}) = \frac{c_0^2}{10^9} cm = 8.987551787 \cdot 10^{11} cm. \quad (13.4)$$

Соотношение между объективной емкостью обмена  $C$  и электрической псевдоемкостью  $C_e$  имеет вид:

$$C = \frac{q}{\varphi} = \frac{q_e \sqrt{4\pi\epsilon_0}}{\varphi_e / \sqrt{4\pi\epsilon_0}} = 4\pi\epsilon_0 C_e. \quad (13.5)$$

Отсюда получаем объективную меру фарады:

$$1F_o = 4\pi \frac{c_0^2}{10^9} \epsilon_0 \cdot cm = 1.129409067 \cdot 10^{13} \epsilon_0 \cdot cm. \quad (13.5a)$$

Ей соответствует метрическая фарада:

$$1F_m = 1 \cdot 10^{13} \epsilon_0 cm. \quad (13.5b)$$

### 13.2. Единицы индуктивности. Феноменологический и объективный генри

В 1889 г. на втором МКЭ была утверждена практическая единица циркуляционной индуктивности - квадрант, равная  $10^9$  псевдоединиц циркуляционной индуктивности.

Позже в 1893 г. на Чикагском конгрессе электриков была введена единица индуктивности цепи ("индукция в цепи" по тогдашней терминологии), при которой в цепи индуцируется один вольт, когда индуцирующий ток меняется со скоростью один ампер в секунду.

Для определения генри запишем закон Ома для циркуляции:

$$U_{\gamma e} = L_{\gamma e} \frac{d\Gamma_e}{dt}, \quad (13.6)$$

и учитывая, что  $U_{\gamma e} = cU_e$ ,  $\Gamma_e = I_e / c$ , после элементарных преобразований имеем:

$$U_e = \frac{L_{\gamma e}}{c^2} \frac{dI_e}{dt} = L_e \frac{dI_e}{dt}, \quad (13.7)$$

и

$$L_e = \frac{1}{c^2} L_{\gamma e}. \quad (13.7a)$$

На основании (13.6) и формул размерностей (11.10a) и (11.23) получаем размерность циркуляционной псевдоиндуктивности:

$$\dim L_{\gamma e} = \dim \left( U_{\gamma e} / \frac{d\Gamma_e}{dt} \right) = \frac{g^{1/2} cm^{3/2} s^{-2}}{g^{1/2} cm^{3/2} s^{-2}} = cm. \quad (13.8)$$

Отсюда находим квадрант, символизирующий четверть земного меридиана, или циркуляционный псевдогенри:

$$1H_{\gamma} = 1 \cdot 10^9 cm. \quad (13.9)$$

Циркуляционный генри согласно формуле (13.7a) определяет псевдогенри  $H_e$ , который следует из закона Ома (13.7):

$$1H_e = \frac{10^9 cm}{c^2} = \frac{10^9}{c_0^2} cm^{-1} \cdot s^2 = 1.112650056 \cdot 10^{-12} cm^{-1} \cdot s^2. \quad (13.10)$$

Оба генри совершенно разные меры с одним именем; они рождены законами Ома неравного содержания, но формально равных форм.

Преобразуя объективный закон Ома в субъективный закон:

$$U = L \frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{U_e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}} = L \frac{d\sqrt{4\pi\epsilon_0} \cdot I_e}{dt} \Rightarrow U_e = L_e \frac{dI_e}{dt}, \quad (13.11)$$

находим связь объективной индуктивности и псевдоиндуктивности:

$$L = \frac{L_e}{4\pi\epsilon_0}. \quad (13.12)$$

На основании полученной формулы определяем меру объективного генри:

$$1H_o = \frac{10^9}{4\pi c_0^2} \mu_0 \cdot cm^{-1} \cdot s^2 = 8.854187818 \cdot 10^{-14} \mu_0 \cdot cm^{-1} \cdot s^2. \quad (13.13)$$

Ему отвечает метрический генри

$$1H_m = 1 \cdot 10^{-13} \mu_0 \cdot cm^{-1} \cdot s^2 \quad (13.13a)$$

Между метрическими генри и фарадой имеет место соотношение

$$1H_m \cdot F_m = 1s^2, \quad (13.14)$$

так что секунда определяется квадратным корнем

$$1s = \sqrt{1H_m \cdot F_m} \quad (13.15)$$

### 13.3. Феноменологические и объективные единицы вектора $E$

Осуществляя преобразования кинемы

$$F = qE = \frac{q}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}} \cdot \sqrt{4\pi\epsilon_0} E = q_e E_e = g_e E_{\gamma_e}, \quad (13.16)$$

имеем

$$E_{\gamma_e} = cE_e, \quad (13.16a)$$

где  $E_{\gamma_e}$  - циркуляционная псевдонапряженность. Соотношение (13.16) определяет связь между псевдонапряженностью и объективной скоростью-напряженностью:

$$E_e = \sqrt{4\pi\epsilon_0} E, \quad E = \frac{E_e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}}. \quad (13.16b)$$

Отсюда находим псевдоединицу напряженности:

$$1 \dim E_e = 1 \dim \sqrt{4\pi\epsilon_0} \cdot cm / s = 1g^{1/2} cm^{-1/2} s^{-1}. \quad (13.17)$$

Псевдоединица напряженности при описании аналогичного вектора напряженности магнитного поля  $B$  (неправильное название - вектор индукции) получила название **гаусса** в 1900 г. на МКЭ по предложению Американского института электриков.

Такую единицу следует называть **магнитным гауссом**, а единицу (13.17) - **электрическим гауссом**, когда желательно отметить качественное различие продольного и поперечного поля, т.е. поля базиса и поля надстройки.

С другой стороны данные единицы относятся к одному классу феноменологических единиц и отражают подобные кинематические свойства поля, поэтому они представляют одну и ту же единицу **гаусс**.

Принимая во внимание сказанное, запишем формулу гаусса:

$$1Gs_e = 1g^{1/2} \cdot cm^{-1/2} \cdot s^{-1}. \quad (13.18)$$

Определяем теперь объективную меру электрического гаусса:

$$1Gs_o = \frac{1Gs_e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}} = \frac{1g^{1/2} \cdot cm^{-1/2} \cdot s^{-1}}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}} = \frac{1}{\eta_0} cm/s = 0.282094792 cm/s. \quad (13.18a)$$

Ему отвечает метрический гаусс

$$1_m Gs = 1 cm/s. \quad (13.18b)$$

Феноменологическая единицы напряженности или скорость электрического обмена - вольт/см - составляют малые доли гаусса:

$$1V_e / cm = \frac{1}{299.792458} g^{1/2} cm^{-1/2} s^{-1} \quad (13.19)$$

Оценим скорость движения в “электрическом” поле, если напряженность пробоя в воздухе составляет, например,  $50 kV/cm$ , тогда объективная мера скорости обмена при пробое

$$E = \frac{50 \cdot 10^3}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}} \cdot \frac{g^{1/2} cm^{-1/2} s^{-1}}{299.792458} \approx 47 cm/s.$$

#### 13.4. Феноменологические и объективные единицы вектора $B$

Как уже отмечалось, индукция магнитного поля  $B$  или скорость-напряженность определяется **гауссом**. Более крупная мера - феноменологический магнитный **тесла** – это  $10^4$  гаусс:

$$1T_e = 1 \cdot 10^4 Gs_e = 1 \cdot 10^4 g^{1/2} cm^{-1/2} s^{-1}. \quad (13.20)$$

Феноменологической единице  $T_e$  соответствует объективная единица тесла:

$$1T_o = 1 \cdot 10^4 Gs_o = \frac{10^4}{\eta_0} cm/s = 2.820947918 \cdot 10^3 cm/s \quad (13.20a)$$

с метрической мерой

$$1_m T = 1 \cdot 10^4_m Gs = 1 \cdot 10^4 cm/s. \quad (13.20b)$$

Согласно (13.16a) гаусс и тесла определяют соответствующие "циркуляционные" гаусс и тесла:

$$1Gs_\gamma = c \cdot Gs_e, \quad 1T_\gamma = cT_e = 10^4 \cdot c \cdot e_e / cm^2. \quad (13.21)$$

### 13.5. Феноменологические и объективные единицы потока вектора $B$

Единица потока **максвелл**  $Mx_e$ . Согласно определению потока  $d\Phi = B \cdot dS \cdot \cos \alpha$  феноменологическая единица потока, называемая максвеллом  $Mx_e$ , равна:

$$Mx_e = 1Gs_e \cdot cm^2. \quad (13.22)$$

Эта единица утвердилась в 1900 г. на МКЭ по предложению Американского института электриков.

Феноменологической единице потока соответствуют объективные единицы:

$$1Mx_o = 1Gs_o \cdot 1m^2 = 2.820947918 \cdot 10^{-1} cm^3 / s, \quad (13.23a)$$

$$1Mx_m = 1cm^3 / s. \quad (13.23b)$$

Единица потока **вебер**  $Wb_e$ . По определению феноменологическая единица потока электрический вебер равна:

$$1Wb_e = 1T_e \cdot 1m^2 = 1 \cdot 10^8 Mx. \quad (13.24)$$

Феноменологический *вебер* определяет соответствующие ему объективные меры:

$$1Wb_o = 1T_o \cdot 1m^2 = 2.820947918 \cdot 10^7 cm^3 / s = 1 \cdot 10^8 {}_oMx, \quad (13.24a)$$

$$1Wb_m = 1_mT \cdot 1m^2 = 100 m^3 / s = 1 \cdot 10^8 {}_mMx. \quad (13.24b)$$

Соответствующие “циркуляционные” единицы потока на основании (13.16a) представляются равенствами:

$$1Mx_\gamma = cMx_e, \quad 1Wb_\gamma = cWb_e. \quad (13.25)$$