11. Обобщенный обмен и законы сохранения-несохранения

Рассмотрим кинематический обмен между системой и окружающей средой на уровне $\hat{Z}$ покоя-движения (рис.2.15).

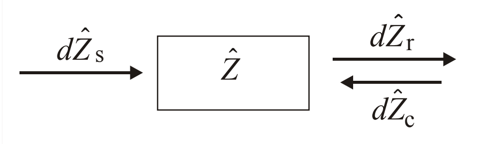

Рис.2.15. Граф обмена.

Пусть из внешней среды в систему поступает $d\hat{Z}_s$ движение-покой, а в окружающую среду системой передается по кинетическому каналу количество движения-покоя $d\hat{Z}_r$ и по потенциальному каналу величина покоя-движения $d\hat{Z}_c$. Если $\hat{Z} = \hat{P}$, тогда

$$d\hat{Z}_s = d\hat{P}_s, \quad d\hat{Z}_r = -rd\hat{\psi}, \quad \hat{Z}_r = -kd\hat{\Phi} \tag{2.262}$$

где $\hat{P}$ - параметр любого уровня движения, r - кинетическое сопротивление или кинетическая упругость, k - потенциальное сопротивление или потенциальная упругость, $d\hat{\psi}$ и $d\hat{\Phi}$ - дифференциалы некоторых состояний. В общем случае сопротивления каналов обмена зависят от состояния системы, среды и характера каналов обмена; в линейном приближении они постоянны.

Обратные им величины g и C называем соответственно кинетической и потенциальной проводимостями.

Каждый из дифференциалов обмена по прямому каналу обмена и двум обратным определяет величину взаимообмена, равную разности парциальных составляющих обмена. Приращение покоя-движения системы $md\hat{\upsilon}$ равняется сумме обменов по трем каналам.

Таким образом, имеем:

$$md\hat{\upsilon} = d\hat{P}_s + (-rd\hat{\psi}) + (-kd\hat{\Phi}) \tag{2.263}$$

Отсюда приходим к уравнению обмена в виде

$$\frac{md\hat{\upsilon}}{dt} + \frac{rd\hat{\psi}}{dt} + \frac{kd\hat{\Phi}}{dt} = \frac{d\hat{P}_s}{dt} \tag{2.264}$$

или

$$\frac{md\hat{\upsilon}}{dt} + r\hat{\upsilon} + \frac{1}{C}\hat{\psi} = \hat{F}_s \tag{2.264a}$$

или

$$\frac{md^2\hat{\psi}}{dt^2} + r\frac{d\hat{\psi}}{dt} + \frac{1}{C}\hat{\psi} = \hat{F}_s\,. \tag{2.264b}$$

Уравнение обмена есть одновременно и уравнение состояния системы.

Запишем уравнения обмена-состояния для уровней $\hat{S}$, $\hat{P}$, $\hat{F}$ и $\hat{D}$:

$$\frac{md^2\hat{O}}{dt^2}+r\frac{d\hat{O}}{dt}+\frac{1}{C}\hat{O}=\hat{S}_s\,,\qquad \frac{md^2\hat{\Phi}}{dt^2}+r\frac{d\hat{\Phi}}{dt}+\frac{1}{C}\hat{\Phi}=\hat{P}_s\,, \tag{2.265}$$

$$\frac{md^2\hat{\psi}}{dt^2}+r\frac{d\hat{\psi}}{dt}+\frac{1}{C}\hat{\psi}=\hat{F}_s\,,\qquad \frac{md^2\hat{\upsilon}}{dt^2}+r\frac{d\hat{\upsilon}}{dt}+\frac{1}{C}\hat{v}=\hat{D}_s \tag{2.266}$$

или

$$m\hat{\psi}+r\hat{\Phi}+\frac{1}{C}\hat{O}=\hat{S}_s\,,\qquad m\hat{\upsilon}+r\hat{\psi}+\frac{1}{C}\hat{\Phi}=\hat{P}_s\,, \tag{2.267}$$

$$m\hat{w}+r\hat{\upsilon}+\frac{1}{C}\hat{w}=\hat{F}_s\,,\qquad m\hat{z}+r\hat{w}+\frac{1}{C}\hat{\upsilon}=\hat{D}_s\,. \tag{2.268}$$

В широком смысле слова первые слагаемые уравнений - кинетические импульсы, вторые и третьи - кинетические и потенциальные импульсы обратной связи со средой.

Если ввести обобщенные заряды:

$$\hat{Q}_m=\frac{m\hat{\upsilon}}{a},\qquad \hat{Q}_r=\frac{r\hat{\psi}}{a},\qquad \hat{Q}_c=\frac{1}{Ca}\hat{\Phi}\,, \tag{2.269}$$

где a - некоторая характеристическая длина, тогда уравнение $\hat{P}$ - уровня на языке зарядов принимает вид:

$$\hat{Q}_s=\hat{Q}_m+\hat{Q}_r+\hat{Q}_c \tag{2.270}$$

Уравнение $\hat{F}$ - уровня представится уравнением токов:

$$\hat{I}_s=\hat{I}_m+\hat{I}_r+\hat{I}_c \tag{2.271}$$

и, наконец, $\hat{D}$-уровень выразится уравнением:

$$\frac{d\hat{I}_s}{dt}=\frac{d\hat{I}_m}{dt}+\frac{d\hat{I}_r}{dt}+\frac{d\hat{I}_c}{dt}\,. \tag{2.272}$$

Если система замкнута по каналу $\hat{D}_s$ ($\hat{D}_s=0$), она замкнута по всем выше расположенным каналам и в общем случае не замкнута по всем ниже расположенным каналам.

Энергетическое описание уровней $\hat{S}$, $\hat{P}$, $\hat{F}$ и $\hat{D}$ выражается так:

$$\hat{E}_s=\int\hat{S}_s d\hat{O}=\frac{m\hat{\Phi}^2}{2}+\int r\hat{\psi}d\hat{O}+\frac{\hat{O}^2}{2C}\,, \tag{2.273}$$

$$\hat{E}_p=\int\hat{P}_s d\hat{\Phi}=\frac{m\hat{\psi}^2}{2}+\int r\hat{\psi}d\hat{\Phi}+\frac{\hat{\Phi}^2}{2C}\,, \tag{2.274}$$

$$\hat{E}_f=\int\hat{F}_s d\hat{\psi}=\frac{m\hat{\upsilon}^2}{2}+\int r\hat{\upsilon}d\hat{\psi}+\frac{\hat{\psi}^2}{2C}\,, \tag{2.275}$$

$$\hat{E}_d=\int\hat{D}_s d\hat{\upsilon}=\frac{m\hat{w}^2}{2}+\int r\hat{w}d\hat{\upsilon}+\frac{\hat{\upsilon}^2}{2C}\,. \tag{2.276}$$

Если система замкнута по кинетическому каналу, т.е. $r=0$, тогда энергии

$$\hat{E}_s = \frac{m\hat{\Phi}^2}{2} + \frac{\hat{O}^2}{2C}, \qquad \hat{E}_p = \frac{m\hat{\psi}^2}{2} + \frac{\hat{\Phi}^2}{2C}, \tag{2.277}$$

$$\hat{E}_f = \frac{m\hat{\upsilon}^2}{2} + \frac{\hat{\psi}^2}{2C}, \qquad \hat{E}_d = \frac{m\hat{w}^2}{2} + \frac{\hat{\upsilon}^2}{2C}, \tag{2.278}$$

сохраняются. Если же система не замкнута, то и в этом случае движение-покой сохраняются, но уже в границах системы и среды.