3. Квантитативно-квалитативные отношения и операции, связывающие меры оппозит

3.1 Алгебра суждений

Рассмотрим квантитативно-квалитативные отношения и операции, связывающие меры оппозит. Пусть имеет место равенство оппозиты $\hat{x} \circ \hat{y}$ и полуоппозиты $\hat{z}$ на уровне отношений и мер:

$$\hat{x} \circ \hat{y} = \hat{z}, \qquad \hat{x} * \hat{y} = \hat{z}. \tag{1.33}$$

Отношение между элементами $\hat{x}$ и $\hat{y}$ слагается из двух подуровней-отношений: отношения между базисами и отношения между надстройками. Опыт аддитивных отношений и операций утверждает аддитивную элементарную алгебру суждений базиса-надстройки.

Элементарная аддитивная алгебра базиса имеет вид:

$$\begin{gathered} Si_1 + Si_2 = Si_2 + Si_1 = Si_3 \ , \\ Si + No = No + Si = Z \ , \\ No_1 + No_2 = No_2 + No_1 = No_3 \ , \end{gathered} \tag{1.34}$$

где $Z = Si$, если $M(Si) > M(No)$, $Z = No$, если $M(No) > M(Si)$.

Если одно из слагаемых - общее суждение, тогда знак + выражает невыполнимую операцию и можно говорить лишь о тавтологии

$$\begin{gathered} Si_1 + Si_2 = Si_2 + Si_1 \ , \\ No_1 + No_2 = No_2 + No_1 \ , \\ Si + No = No + Si \ . \end{gathered} \tag{1.35}$$

Аддитивная алгебра надстройки выражается алгеброй знаков:

$$\begin{gathered} (+) + (+) = (+), \\ (-) + (-) = (-), \\ (+) + (-) = (-) + (+) = (sgn), \end{gathered} \tag{1.36}$$

где $sgn = +$, если преобладает положительное суждение; в противном случае $sgn = -$.

Если одно из слагаемых нейтральное суждение, не имеющее знака, имеют место тавтологии:

$$\begin{gathered} (\ ) + (+) = (+) + (\ ), \\ (\ ) + (-) = (-) + (\ ). \end{gathered} \tag{1.37}$$

Элементарная аддитивная алгебра базиса-надстройки - первый уровень спектра отношений и операций базиса-надстройки. На этом уровне различие в алгебре базиса и надстройки незначительное и алгебры суждений утверждения и отрицания одинаковы. Объединенные в единое целое обе алгебры определяют аддитивную алгебру базиса-надстройки.

Перейдем к описанию мультипликативной алгебры базиса. Она гласит:

а) утверждение некоторого утверждения есть утверждение:

$$Si_1 \cdot Si_2 = Si_2 \cdot Si_1 = Si_3 \,, \tag{1.38}$$

б) утверждение некоторого отрицания есть отрицание:

$$No \cdot Si = No \,, \tag{1.39}$$

в) отрицание некоторого утверждения есть отрицание:

$$Si \cdot No = No \,, \tag{1.40}$$

г) отрицание некоторого отрицания есть утверждение:

$$No \cdot No = Si \,. \tag{1.41}$$

Мультипликативная алгебра надстройки представлена двумя различными оболочками утверждения и отрицания.

Пусть базис есть утверждение. Положительное утверждение оболочки выражаем знаком плюс, отрицательное утверждение оболочки - знаком минус. Знаки плюс и минус - логические прилагательные логического существительного, выражаемого базисом.

В оболочке базиса утверждения:

а) положительное утверждение знака плюс есть знак плюс:
$$(+) \cdot (+) = (+), \tag{1.42}$$
б) положительное утверждение знака минус есть знак минус:
$$(-) \cdot (+) = (-), \tag{1.43}$$
в) отрицательное утверждение знака плюс есть знак минус:
$$(+) \cdot (-) = (-), \tag{1.44}$$
г) отрицательное утверждение знака минус есть знак плюс:
$$(-) \cdot (-) = (+). \tag{1.45}$$

Объединяя базис и надстройку, получаем мультипликативную алгебру базиса-надстройки утверждения:
$$\begin{gathered} (+Si_1) \cdot (+Si_2) = +Si_3 \,, \\ (-Si_1) \cdot (-Si_2) = +Si_3 \,, \\ (-Si_1) \cdot (+Si_2) = (+Si_1) \cdot (-Si_2) = +Si_3 \,. \end{gathered} \tag{1.46}$$

Рассмотрим мультипликативную алгебру надстройки отрицания. Теперь базис есть отрицание. Положительное отрицание оболочки выражаем знаком плюс, отрицательное отрицание оболочки - знаком минус. Знаки плюс и минус надстройки отрицания отличны от соответствующих знаков надстройки утверждения, ибо это знаки базиса отрицания. Здесь алгебра знаков оболочки утверждает:

а) положительное отрицание знака плюс есть знак минус:
$$(+) \cdot (+) = (-), \tag{1.47}$$
б) положительное отрицание знака минус есть знак плюс:
$$(-) \cdot (+) = (+), \tag{1.48}$$
в) отрицательное отрицание знака плюс есть знак плюс:
$$(+) \cdot (-) = (+), \tag{1.49}$$
г) отрицательное отрицание знака минус есть знак минус:
$$(-) \cdot (-) = (-). \tag{1.50}$$

Таким образом, алгебра знаков мультипликативной надстройки отрицания есть отрицание мультипликативной алгебры надстройки утверждения:

$$\begin{matrix} (+)\cdot(+)=(+) & (\neg+)\cdot(\neg+)=(\neg+) & (-)\cdot(-)=(-), \\ (-)\cdot(-)=(+) & (\neg-)\cdot(\neg-)=(\neg+) & (+)\cdot(+)=(-), \\ & \Rightarrow & \Rightarrow \\ (+)\cdot(-)=(-) & (\neg+)\cdot(\neg-)=(\neg-) & (-)\cdot(+)=(+), \\ (-)\cdot(+)=(-) & (\neg-)\cdot(\neg+)=(\neg-) & (+)\cdot(-)=(+). \end{matrix} \tag{1.51}$$

Объединяя базис и надстройку, получаем мультипликативную алгебру базиса-надстройки отрицания:

$$\begin{gathered} (+No_1)\cdot(+No_2)=-Si, \\ (-No_1)\cdot(-No_2)=-Si, \\ (+No_1)\cdot(-No_2)=(-No_1)\cdot(+No_2)=+Si. \end{gathered} \tag{1.52}$$

Наконец, обратимся к смешанной мультипликативной алгебре базиса-надстройки утверждения-отрицания и отрицания-утверждения. Пусть на уровне базиса доминирует отрицание. На уровне надстройки для полного противоречия полагаем доминантой алгебру утверждения

$$\begin{gathered} (+No_1)\cdot(+Si)=(+Si)\cdot(+No_1)=+No_2, \\ (-No_1)\cdot(+Si)=(-Si)\cdot(+No_1)=-No_2, \\ (+No_1)\cdot(-Si)=(+Si)\cdot(-No_1)=-No_2, \\ (-No_1)\cdot(-Si)=(-Si)\cdot(-No_1)=+No_2. \end{gathered} \tag{1.53}$$

Переходя к единичным утверждениям и отрицаниям, получаем квалитативно-квантитативную мультипликативную алгебру базиса-надстройки:

а) утверждения

$$\begin{matrix} (+1)\cdot(+1)=+1, & (-1)\cdot(-1)=+1, \\ (+1)\cdot(-1)=-1, & (-1)\cdot(+1)=-1, \end{matrix} \tag{1.54}$$

в) отрицания

$$\begin{matrix} (+i)\cdot(+i)=-1, & (-i)\cdot(-i)=-1, \\ (+i)\cdot(-i)=+1, & (-i)\cdot(+i)=+1, \end{matrix} \tag{1.55}$$

с) утверждения отрицания и отрицания утверждения

$$\begin{gathered} (+i)\cdot(+1)=(+1)\cdot(+i)=+i, \\ (+i)\cdot(-1)=(+1)\cdot(-i)=-i, \\ (-i)\cdot(+1)=(-1)\cdot(+i)=-i, \\ (-i)\cdot(-1)=(-1)\cdot(-i)=+i. \end{gathered} \tag{1.56}$$

Элементарные меры утверждения $1\cdot a$ или кратко a и элементарные меры отрицания $i\cdot b$ или кратко ib, где a и b символы любого алфавита, называем общими, абстрактными; если a и b заменены количественными символами-цифрами, называем меры частными, конкретными.

Все многообразие мер утверждения, выраженных количественными символами-цифрами типа a, образует множество чисел утверждения D; разнообразие мер отрицания, представленных символами-цифрами типа bi, формирует множество чисел отрицания iN. Множество чисел утверждения-отрицания $\hat{z}$ или числовых оппозит обозначаем символом $\hat{O}$.

Если числа утверждения описывают количественную сторону предмета мысли, называем их квантитативными числами, сторону содержания - числами содержания, сторону материальную - материальными числами и т.д. Множество чисел отрицания описывают полярно противоположные стороны, и их названия полярно противоположны числам утверждения. Это числа квалитативные, числа формы, идеальные числа и пр.

3.2. Аддитивная степень суждения

Аддитивное повторение q раз любого элемента a образует квантитативную аддитивную степень суждения:

$$S_q(a) = q \cdot a\,, \quad \text{где} \quad q \in D\,. \tag{1.57}$$

Основание аддитивной степени a - базис аддитивной степени суждения и аддитивный показатель степени суждения q - надстройка повторения. Аддитивная степень суждения позволяет представлять суждение S в виде дискретной квантитативной суммы:

$$S = (a + a + \ldots + a)_q \tag{1.58}$$

с показателем разложения q и аддитивным корнем дискретности

$$a = \frac{1}{q} S\,. \tag{1.59}$$

Аддитивное повторение q раз любого элемента a есть аддитивное количественное повторение элемента a, которое будем также называть квантитативным повторением.

Наряду с квантитативным повторением введем понятие качественного или квалитативного повторения элемента a качественно ir раз согласно равенству:

$$S_{ir}(a) = ir \cdot a\,, \quad \text{где} \quad r \in D\,. \tag{1.60}$$

Квалитативное повторение суждения есть отрицание квантитативного повторения. Формула (1.60) позволяет реализовать квалитативное дискретное разложение суждения S:

$$S = (a + a + \ldots + a)_{ir} \tag{1.61}$$

с показателем разложения ir и аддитивным корнем дискретности

$$a = \frac{1}{ir} S\,. \tag{1.62}$$

Объединяя квантитативное и квалитативное разложения, получаем квантитативно-квалитативное разложение суждения S:

$$S = (a + a + \ldots + a)_{\hat{z}} \tag{1.63}$$

с показателем дискретности

$$\hat{z} = q + ir\,, \tag{1.64}$$

и аддитивным корнем дискретности

$$a = \frac{1}{\hat{z}} S . \qquad (1.65)$$

3.3. Мультипликативная степень суждения

Мультипликативное повторение q раз элемента утверждения a образуют мультипликативную степень суждения:

$$(a \cdot a \cdot ... \cdot a)_q = a^q , \quad \text{где} \quad q \in D . \qquad (1.66)$$

Базис мультипликативной степени - основание степени, ее надстройка - показатель степени. Квантитативные повторения дополняем полярно противоположными квалитативными повторениями:

$$(a \cdot a \cdot ... \cdot a)_{ir} = a^{ir} , \quad \text{где} \quad r \in D . \qquad (1.67)$$

Объединяя оба повторения, получаем квантитативно-квалитативное мультипликативное повторение элемента суждения a:

$$(a \cdot a \cdot ... \cdot a)_{\hat{z}} = a^{\hat{z}} , \quad \text{где} \quad \hat{z} = q + ir . \qquad (1.68)$$

Отсюда приходим к мультипликативным дискретным разложениям:

$$S = a^{\hat{z}} \qquad (1.69)$$

с мультипликативным показателем $\hat{z}$ и корнем мультипликативной дискретности

$$a = S^{\frac{1}{\hat{z}}} = \sqrt[\hat{z}]{S} . \qquad (1.70)$$

3.4. Эталонный базис *e* квантитативных мультипликативных степенных суждений-оппозит

Квантитативные мультипликативные степенные суждения-оппозиты с различными базисами утверждения при сравнении следует приводить к некоторому общему эталонному базису e, выбираемому на основании определенных соображений:

$$S = a^q = (e^{\gamma})^q , \qquad (1.71)$$

где γ - показатель разложения базиса a по элементу e, равный логарифму базиса a по основанию e: $\gamma = \log_e a$.

В качестве эталонного базиса принимаем предел:

$$e = \lim_{\Delta 1 \to 0} \left(\frac{1 + \Delta 1}{1} \right)^{1/\Delta 1} , \qquad (1.72)$$

где $\Delta 1$ - дифференциал переменной единицы: $1_v = 1 + \Delta 1$.

Этот, широко известный предел, равен основанию натуральных логарифмов. Он упрощает многие математические расчеты и выражения и лежит у основания важных физических закономерностей и законов.

Квантитативное мультипликативное степенное суждение-оппозита с базисом утверждения a, приведенным к эталонному базису e, разлагается в бесконечный степенной ряд по степени x:

$$a^x = e^{x\gamma} = 1 + \frac{(x\gamma)^1}{1!} + \frac{(x\gamma)^2}{2!} + \ldots \frac{(x\gamma)^n}{n!} + \ldots . \quad (1.73)$$

Разделяя четные и нечетные мультипликативные дискретности, представим ряд в виде суммы двух функций:

$$a^x = ca(x) + sa(x), \quad (1.73a)$$

где

$$ca(x) = 1 + \frac{(x\gamma)^2}{2!} + \frac{(x\gamma)^4}{4!} + \ldots \frac{(x\gamma)^{2n}}{(2n)!} + \ldots = \frac{a^x + a^{-x}}{2},$$

$$sa(x) = 1 + \frac{(x\gamma)^1}{1!} + \frac{(x\gamma)^3}{3!} + \ldots \frac{(x\gamma)^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots = \frac{a^x - a^{-x}}{2}. \quad (1.74)$$

Эти переменные оппозиты назовем соответственно гиперболическими косинусом и синусом по основанию a. Отношения между ними $ta(x) = sa(x)/ca(x)$ называем гиперболическим тангенсом по основанию a.

3.5. Идеальный период суждения

Мерой качественного мультипликативного повторения суждения утверждения a принимаем по определению ряд (1.73), в котором степень разложения квалитативна:

$$a^{ix} = e^{ix\gamma} = 1 + \frac{(ix\gamma)^1}{1!} + \frac{(ix\gamma)^2}{2!} + \ldots \frac{(ix\gamma)^n}{n!} + \ldots . \quad (1.75)$$

Квантитативная и квалитативная составляющие суммы (1.75) определяют тригонометрические косинус и синус по основанию a:

$$\cos_a x = 1 - \frac{(x\gamma)^2}{2!} + \frac{(x\gamma)^4}{4!} - \ldots + (-1)^n \frac{(x\gamma)^{2n}}{(2n)!} + \ldots = \frac{a^{ix} + a^{-ix}}{2} = \cos(\gamma x),$$

$$\sin_a x = \frac{(x\gamma)^1}{1!} - \frac{(x\gamma)^3}{3!} + \ldots (-1)^{n-1} \frac{(x\gamma)^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots = \frac{a^{ix} - a^{-ix}}{2i} = \sin(\gamma x). \quad (1.76)$$

Таким образом, имеем

$$a^{ix} = ca(ix) + sa(ix), \quad (1.77)$$

или

$$a^{ix} = e^{ix\gamma} = \cos(x\gamma) + isa(x\gamma). \quad (1.77a)$$

Суждение квалитативного повторения a характеризуется идеальным периодом:

$$iX = i2\pi \log_a e \quad \text{с нормой} \quad X_a = 2\pi \log_a e. \quad (1.78)$$

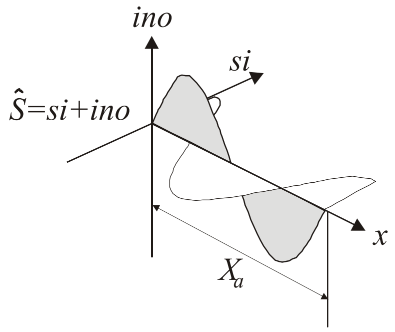

Рис.1-9. Диалектическое суждение утверждения-отрицания.

Граф такого диалектического суждения представлен на рис.1-9. Если спроецировать пространственно-временное суждение утвержения-отрицания на плоскость *si-ino*, получаем бесконечнолистную поверхность событий, в которой каждый лист выражает мгновение. Так как многие события повторяются, бесконечнолистную поверхность событий можно заменить факторизованной многолистной поверхностью проекций для упрощенного графического сравнения противоречивых элементов оппозит.

Мультипликативные отношения выражают неразрывную связь, нераздельность, системность и позволяют конструировать квантитативно-квалитативные степенные суждения, описывающие противоречивые процессы и состояния природы.

Рассмотрим элементарную оппозиту неповторяющегося-повторяющегося процесса, например, неповторяющегося на количественной стороне и повторяющегося на качественной стороне:

$$S = a^x b^{iy} = a^x(\cos_b y + i\sin_b y)\,. \tag{1.79}$$

Периодическая полуоппозита b^{iy} описывает логику периодической стороны процесса с идеальным периодом на его квалитативной стороне:

$$Y_b = i2\pi \log_b e = \frac{\Delta_p}{\lg b}, \quad \text{где} \quad \Delta_p = i2\pi \lg e\,, \tag{1.80}$$

тогда как полуоппозита a^x выражает неповторяющуюся грань процесса на квантитативной стороне. Однако неповторяющаяся грань процесса повторяется квантитативно с масштабным множителем d:

$$a^x = \alpha d^n\,, \quad \text{где} \quad n \in Z\,, \quad \alpha \in D\,, \tag{1.81}$$

и аддитивным материальным периодом на уровне надстройки:

$$T_\alpha = \log_\alpha d\,. \tag{1.82}$$